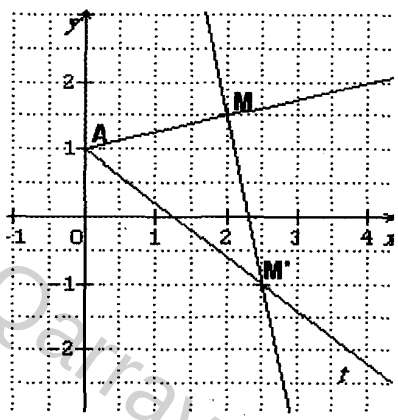
Donc $(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AM'}) \equiv \text{Arg}(1-i)\ [2\pi]$

$\equiv -\frac{\pi}{4}\ [2\pi]$

b) On trace la demi droite [At) tel que :

$(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{At}) \equiv -\frac{\pi}{4}\ [2\pi]$,la perpendiculaire en M à la la droite (AM) coupe [At) en M'



Exercice n° 18

$z_A = i$; $z_B = 2$ $z' = \frac{z-i}{iz-2i}$

● a) $|z'| = \left|\frac{z-i}{iz-2i}\right| = \left|\frac{z-i}{i(z-2)}\right|$

$= \frac{|z-i|}{|i||z-2|} = \left|\frac{z-z_A}{z-z_B}\right|$ car $|i| = 1$

$= \frac{AM}{BM}$

b) lorsque M décrit la médiatrice du segment [AB] alors $\frac{AM}{BM} = 1$ d'où $|z'| = 1$ ce qui donne OM' = 1 par suite **M' décrit le cercle de centre O et de rayon 1**

● **$z \neq i$ et $z \neq 2$**

a) On a : $\text{Arg}(z') \equiv \text{Arg}\left(\frac{z-i}{iz-2i}\right)\ [2\pi]$

$\equiv \text{Arg}\left(\frac{z-i}{i(z-2)}\right)\ [2\pi]$

$\equiv \text{Arg}\left(\frac{1}{i}.\frac{z-i}{z-2}\right)\ [2\pi]$

$\equiv \text{Arg}\left(\frac{1}{i}\right) + \text{Arg}\left(\frac{z-i}{z-2}\right)\ [2\pi]$

Donc $\text{Arg}(z') \equiv -\frac{\pi}{2} + \text{Arg}\left(\frac{z-i}{z-2}\right)\ [2\pi]$

$\text{Arg}(z'-z_O) \equiv -\frac{\pi}{2} + \text{Arg}\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right)\ [2\pi]$

D'où :

$\left(\overrightarrow{U},\overrightarrow{OM'}\right) \equiv \left(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{AM}\right) - \frac{\pi}{2}[2\pi]$

b) $M \in (AB) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{AM}\right) = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

d'où $\left(\overrightarrow{U},\overrightarrow{OM'}\right) = -\frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Conclusion : **Le point M' appartient à la droite des ordonnées**

Exercice n° 19

$M \in \zeta(O,1)$, aff (M) = t

● on a : $|t| = OM = 1$, donc $t = e^{i\alpha}$

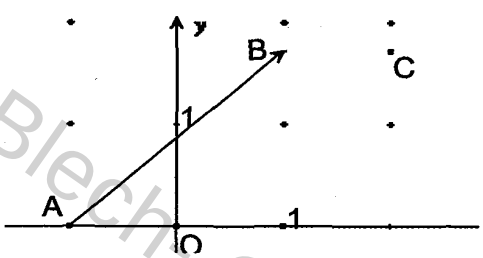
$u = t^3 = e^{i3\alpha} = \cos 3\alpha + i \sin 3\alpha$

$v = 2t = 2(\cos\alpha + i \sin\alpha)$

● a) pour $\alpha = \frac{\pi}{3}$

$z_A = -1$, $z_B = 1 + i\sqrt{3} = \left[2, \frac{\pi}{3}\right]$

$z_C = v - u = z_B - z_A$ donc $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}$



b) O, A et B sont alignés ssi : $\frac{aff(\overrightarrow{OA})}{aff(\overrightarrow{OB})}$ réel

Donc $\frac{z_A}{z_B} = \frac{u}{v} = \frac{t^3}{2t} = \frac{t^2}{2}$ est réel

Or $\frac{t^2}{2} = \frac{e^{2i\alpha}}{2}$ est réel ssi $2\alpha = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

C'est-à-dire $\alpha = \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, or $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$

Donc pour $\alpha = 0$ et pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$ les points O , A et B sont alignés

Conclusion: O, A et B sont alignés pour $\alpha = 0$ et $\alpha = \frac{\pi}{2}$

Oarray.tn - Aqra Blech - Oarray.tn